جامعة الفيوم
Fayoum University

جامعة الفيوم

دراسة عددية لدوال مصفوفية ذات قيم ذاتية مركبة باستخدام تقنيات تقريبية مختلفة

رسالة مقدمة من الطالب

عادل عبدالعزيز عبدالحميد السيد

قسم الرياضيات- كلية العلوم

جامعة الفيوم

لإستيفاء متطلبات الحصول على درجة الماجستير

(الرياضيات البحتة ـ تحليل عددي)

جامعة الفيوم

٢٠١٢

جامعة الفيوم

دراسة عددية لدوال مصفوفية ذات قيم ذاتية مركبة باستخدام تقنيات تقريبية مختفلة

رسالة مقدمة من الطالب

عادل عبدالعزيز عبدالحميد السيد

قسم الرياضيات- كلية العلوم

جامعة الفيوم

لإستيفاء متطلبات الحصول على درجة الماجستير

(الرياضيات البحتة-تحليل عددي)

المشرفون

أ.د. كمال أحمد حسن ديب

أستاذ الرياضيات البحتة

ورئيس قسم الرياضيات

كلية العلوم - جامعة الفيوم

أ.د. محمد عبداللطيف رمضان

أستاذ الرياضيات البحتة

ورئيس قسم الرياضيات

كلية العلوم - جامعة المنوفية

د. عائشة عيسوى السيد

مدرس الرياضيات البحتة

كلية العلوم - جامعة الفيوم

جامعة الفيوم

٢٠١٢

ملخص الرسالة باللغة العربية

حساب الدوال المصفوفية يحتل مساحة هامة فى مجال التحليل العددى وذلك لدورها فى تقديم حلول عددية لبعض المعادلات التفاضلية وبعض أنظمة المعادلات الخطية. هذا النوع من المسائل يظهر تطبيقاتها فى نظرية الأنظمة الخطية linear systems theory ونظرية التحكم control theory والتطبيقات الفيزيائية physical applications وكذلك فى المعادلات التفاضلية differential equations. كما أن حساب الدوال المصفوفية للمصفوفات المربعة وخاصة دالة الجذر التربيعى والدالة الأسية لهما تطبيقات عديدة فى كثير من المجالات.

إن الهدف الرئيسى من هذه الرسالة، والتى تتكون من أربعة أبواب، أن تقدم معالجة تحليلية وعددية مستندة على خمسة تعاريف للدالة المصفوفية لبعض أنواع المصفوفات المربعة. وخاصة الدوال المصفوفية للمصفوفات التى لها قيم ذاتية حقيقية مختلفة فقط، أو لها قيم ذاتية حقيقية مكررة فقط، أو لها قيم ذاتية مركبة فقط، أو قيم ذاتية مختلطة (حقيقية ومركبة) مستند على مصفوفة فاندرموند Vandermonde matrix وتعريف لاجرانج- سيلفيسترللإستكمال Lagrange-Sylvester interpolation وطرق الإستكمال المختلطة وتعريف سيلفستر Sylvester's definition وكذلك طريقة نيوتن للفروق Newton's divided differences. وقد درسنا تحليلية الطرق المقترحة. كما أننا وضحنا أن التقنيات الجديدةِ التى إشتققنَاها تعطينا تقريب ودقة عالية إذا قورنت مع القيمة المضبوطة لبعض أنواع الدوال المصفوفية وفى حيناً أخرتقارن مع طرق سابقة. وفي نفس الوقت الطرق التى إشتققناها قابلةللتطبيقُ فى التطبيقات المختلفة. كما أننا ركزنا على حساب الدوال المصفوفية للدوال كثيرات الحدود وخاصة الجذر التربيعى للدالة بالإضافة للدالة الأسية.

الإطروحة الحاليةتَشْملُ أربعة أبواب كالتّالي:

الباب الاول:

فى هذا الباب، تم إستعراض مسح شامل لتقريب الدوال المصفوفية وحساب الدوال المصفوفية باستخدام طرق مختلفة. لذا هذا الباب تضمن بعض التعريفات الأساسية للمصفوفات المربعة والدالة المصفوفية. تضمن أيضاً بعض الطرق والتعريفات السابقة التى أستخدمت لحساب الدوال المصفوفية، وخاصة مصفوفة فاندرموند Vandermonde matrix وتعريف لاجرانج- سيلفيسترللإستكمال Lagrange-Sylvester interpolation وطرق الإستكمال المختلطة

وتعريف سيلفستر Sylvester's definition وكذلك طريقة نيوتن للفروق Newton's divided differences. بالإضافة الى بعض النظريات والنتائج التى مكنتنا من حساب الدوال المصفوفية.

الباب الثانى:

تناول هذا الباب تعميم لمصفوفة فاندرموند لحساب الدوال المصفوفية للمصفوفات المربعة التى لها قيم ذاتية مركبة. أيضاً قدمنا تعميم لتعريف لاجرانج - سيلفيستر لحساب الدوال المصفوفية التى لها قيم ذاتية مركبة فقط. كذلك تم تعميم تعريف سيلفستر ليشمل حساب الدوال المصفوفية للمصفوفات المربعة التى لها قيم ذاتية مختلطة (حقيقية ومركبة). بالأضافة إلى إشتقاق طريقة جديدة من تعريف سيلفيستر لحساب الدوال المصفوفية للمصفوفات ذات القيم الذاتية الحقيقة المكررة فقط. وفى نهاية كل بند من هذا الباب تم إختبار الصيغ والتقنيات المقترحة من حيث الدقة والتطبيق العملى وذلك بتقديم أمثلة متنوعة لمصفوفات مربعة ذات رتب مختلفة.

الباب الثالث:

فى هذا الباب ، أستخدمنا التعريف (1.3.6) والنظريتان (1.3.2, 1.3.3) اللتان ذكرا فى الباب الاول لنستنتج تعريف جديد لحساب الدوال المصفوفية ذات القيم الذاتية المركبة ثم نثبت صحة هذا التعريف بالنظرية (3.2.1) وبالتالى نكون قد استنتجنا تقنية جديدة لحساب الدوال المصفوفية للمصفوفات المربعة ذات القيم الذاتية المركبة. بالإضافة الى النظرية (3.2.2) التى تستخدم مع التعريف (1.3.6) لحساب الدوال المصفوفية. وفى نهاية هذا الباب تم تقديم أمثلة عديدة مختلفة لتثبت صحة نظرية تقنيتنا وتثبت دقة وقابلية طريقتنا للتطبيق.

الباب الرابع:

إستنتجنا فى هذا الباب صيغ مختلفة لتقريب الدوال المصفوفية ذات القيم الذاتية المختلطة (الحقيقية والمركبة)معاً . بالأضافة إلى إنه تم أستنتاج صيغ لحساب الدوال المصفوفية للمصفوفات المربعة ذات القيم الذاتية المركبة فقط. الصيغ المقترحة أستنتجت باستخدام طريقة نيوتن للفروق كما فى التعريف (1.3.4) من هذه الرسالة والتى عممناها فى صيغينا. التحليل النظرى لهذه الصيغ قد تم إستعراضه أيضاً . وفى نهاية الباب تم تقديم أمثلة عددية مختلفة لتوضح ملائمة ودقة النتائج التحليلية التى حصلنا عليها.