كلـــية العلوم

قســـــــم الرياضيات

نتائج على اشتقاقيات الحلقات والجبريات وتطبيقات على جبريات باناخ

رسالة مقدمة

لاستيفاء متطلبات الحصول على درجة دكتوراه فلسفة العلوم في الرياضيات البحتة (الجبر)

من الدارسة

عزيزة جودة أحمد جودة

ماجستير الرياضيات البحتة (الجبر)
قسم الرياضيات - كلية العلوم - جامعة الفيوم

٢٠٢٥

كلـــية العلوم
قســـــم الرياضيات

نتائج على اشتقاقيات الحلقات والجبريات وتطبيقات على جبريات باناخ

رسالة مقدمة

للحصول على درجة دكتوراه فلسفة العلوم

في الرياضيات البحتة (الجبر)

من الدارسة

عزيزة جودة أحمد جودة

المشرفون

أ. د. كمال أحمد حسن ديب
أستاذ الرياضيات البحتة
قسم الرياضيات
كلية العلوم - جامعة الفيوم

أ. د. عبد الرحمن محمد حسنين
أستاذ الرياضيات البحتة
قسم الرياضيات
كلية العلوم - جامعة الأزهر

د. هبة محمد محمد رزق
مدرس الرياضيات البحتة
قسم الرياضيات
كلية العلوم - جامعة الفيوم

د. هشام نبيل محمد عبد الغني
مدرس الرياضيات البحتة
قسم الرياضيات
كلية العلوم - جامعة الأزهر

وكيل الكلية لشئون الدراسات العليا والبحوث

أ. د. سمية السيد جودة

نتائج على اشتقاقيات الحلقات والجبريات وتطبيقات على جبريات باناخ

الرسالة مكونة من مقدمة و خمسة أبواب و قائمة مراجع.

يحتوى **الباب الأول** على مقدمة تشمل تمهيدات تساعد القارئ على متابعة محتوياتها بشكل مبسط. وينقسم الباب الأول الى خمسة فصول. الفصل الأول يركز على عرض أنواع الحلقات المختلفة وكذلك المفاهيم الأساسية لأنواع الاشتقاقيات المعرفة على الحلقات و يعرض بعض الأمثلة على أنواع الحلقات و الاشتقاقيات المختلفة. وايضا يحتوى على بعض الحقائق الأساسية فى الحلقات الأولية وشبه الأولية. أما الفصول من الثانى إلى الخامس فتهتم بعرض النتائج الرائدة وكذلك النتائج المحفزة .

الباب الثاني يتكون من فصلين في **الفصل الاول** تم إثبات أنه تحت بعض الشروط فإن كل اشتقاقية جوردان الثلاثية المعممة المصاحبة لدورات هوكشيلد الثنائية فى الحلقات شبه الأولية تكون اشتقاقية جوردان المعممة المصاحبة لدورات هوكشيلد الثنائية. تم استخلاص ورقة بحثية من هذا الفصل و تم نشرها فى مجلة " Gulf Journal of Mathematics" واما الغرض من **الفصل الثاني** هو إثبات ما يلي: بفرض أن $\mathbf{R}$ حلقة أولية مركزها $\mathbf{Z}$ معرف عليها راسم $\mathbf{f}$ وبفرض $\mathbf{S}$ **مثالى لي** بحيث ان $S \not\subset \mathbf{Z}$ و$s^2 \in S$ لكل $s \in S$ و كانت

$$f(pkp) = f(p)kp + pf(k)p + pkf(p) + \beta(p,k)p + \beta(pk,p) \text{ for all } p, k \in \mathbf{S}.$$

حيث β هي دورة هوكشيلد الثنائية فان

$$f(pk) = f(p)k + pf(k) + \beta(p,k) \text{ for all } p, k \in \mathbf{S}.$$

تم استخلاص ورقة بحثية من هذا الباب وقد ارسلت الى أحد المجلات ونأمل قبولها للنشر.

الباب الثالث : نقوم بتعريف الاشتقاقيات اليسرى المركزية الممتدة وإعطاء بعض الأمثلة عليها. ثم اثبتنا أنه فى حالة الحلقات شبه الأولية أن أى اشتقاقية يسرى مركزية ممتدة تكون اشتقاقية يسرى. بالاضافة الى ذلك حصلنا على نتائج تتعلق بالحلقات الأولية و الحلقات شبه الأولية التى تحقق بعض المتطابقات المزودة بهذه الرواسم. تم استخلاص ورقة بحثية من هذا الفصل و تم نشرها فى مجلة Arabian Journal of Mathematics.

الباب الرابع: يتناول تقديم مفهوم جوردان اندومورفيزم المركزية الممتدة واعطاء بعض الأمثلة عليها. ايضاحصلنا على نتائج تتعلق بالحلقات الأولية والحلقات *-اولية(ذات الانفليوشان) التى تحقق بعض المتطابقات المزودة بهذه الرواسم. تم استخلاص ورقة بحثية من هذا الباب و تم نشرها فى Annales Universitatis Paedagogicae Cracoviensis Studia Mathematica

الباب الخامس: يتكون من فصلين، **الفصل الأول** تم فيه إثبات النتيجة التالية:

بفرض أن $\mathbf{R}$ حلقة أولية مركزها Z معرف عليها اشتقاقية هومومورفية **f** وبفرض ان m و n عددان صحيحان موجبان. فإن $\mathbf{R}$ تكون ابدالية إذا تحقق اي من المتطابقات الاتية

(i) $f([a^m, b^m]) - ([a^m, b^m]) \in \mathbf{Z}$

(ii) $f([a^m, b^m]) \in \mathbf{Z}$

(iii) $f(a^m \circ b^n) - (a^m \circ b^n)] \in \mathbf{Z}$

(iv) $f(a^m \circ b^n) \in \mathbf{Z}$

لكل a, b في R.

في الفصل الثاني من هذا الباب تم اثبات النتيجة التالية:

بفرض أن **A** جبري باناخ أولي مركزه **Z(A)** ومعرف عليه اشتقاقية هومومورفية f خطية ومتصلة و $m = m(a, b)$ عدد صحيح موجب. فإن **A** تكون ابدالية إذا تحقق اي من المتطابقات الاتية

(i) $f([a^m, b^m]) - ([a^m, b^m]) \in Z(A)$ or $f(a^m \circ b^m) - (a^m \circ b^m)] \in Z(A)$ for all $a \in T_1$, $b \in T_2$.

(ii) $f([a^m, b^m]) \in Z(A)$ or $f(a^m \circ b^m) \in Z(A)$ for all $a \in T_1$, $b \in T_2$,

where T_1, T_2 non-empty open subsets of A.

تم استخلاص ورقة بحثية من هذا الباب ونأمل قبولها للنشر.