

أساليب طيفية لحل بعض المعادلات التفاضلية باستخدام كثيرات الحدود المتعامدة

رسالة مقدمة من الطالب

محمود عبدالله رمضان بسيونى

قسم الرياضيات - كلية العلوم

جامعة الفيوم

لإستيفاء متطلبات الحصول على درجة دكتور الفلسفة فى العلوم
(الرياضيات البحتة-تحليل عددي)

جامعة الفيوم

٢٠١٦

أساليب طيفية لحل بعض المعادلات التفاضلية باستخدام كثيرات الحدود المتعامدة

رسالة مقدمة من الطالب

محمود عبدالله رمضان بسيونى

قسم الرياضيات - كلية العلوم

جامعة الفيوم

لإستيفاء متطلبات الحصول على درجة دكتور الفلسفة فى العلوم

(الرياضيات البحتة-تحليل عددي)

المشرفون

أ.د. عيد حسن

أ. د. كمال أحمد ديب

ضحا

أستاذ الرياضيات البحتة
قسم الرياضيات - كلية العلوم
جامعة القاهرة

أستاذ الرياضيات البحتة
قسم الرياضيات - كلية العلوم
جامعة الفيوم

د. وليد محمد عبد الحميد

أستاذ مساعد الرياضيات البحتة
قسم الرياضيات - كلية العلوم
جامعة القاهرة

جامعة الفيوم

ملخص الرسالة باللغة العربية

أساليب طيفية لحل بعض المعادلات التفاضلية باستخدام كثيرات الحدود المتعامدة

يعتبر الهدف الأساسي لهذه الرسالة هو تقديم وتطوير خوارزمياتٍ جديدةٍ وفعالةٍ لكثيرات الحدود المتعامدة وذلك لإيجاد الحلول المباشرة لبعض أنماط المعادلات التفاضلية الخطية وغير الخطية ذات الشروط الابتدائية والشروط الحدية المتجانسة وغير المتجانسة. أيضاً سوف يشمل هذا العمل بعض أنماط المعادلات التفاضلية الجزئية.

لقد أعطينا في الفصل الأول مقدمة مختصرة عن الطرق الطيفية و مميزاتها، كما وضحنا أيضاً الفروق بين الطرق الطيفية الثلاث المستخدمة بصورة شائعة وهي طرق جالركن، الطريقة التجميعية و طريقة تاو. قمنا كذلك بعمل دراسة مختصرة عن كثيرات الحدود المتعامدة، وخصائصها و مفاكيك الدوال بدالاتها، كما ذكرنا بعض الخصائص العامة والعلاقات المتعلقة ببعض كثيرات الحدود المتعامدة المستخدمة خلال هذه الرسالة، وهي لاجندر، النوع الأول والثالث والرابع من كثيرات حدود تشيبيشيفو كذلك كثيرات حدود لاجير.

قمنا في الفصل الثاني بتقديم وبرهان النظريات الهامة على كثيرات حدود تشيبيشيف من النوعين الثالث والرابع والتي تعطى مصفوفات التأثير التفاضلية من النوعين تاو و جالركن ومن ثم استخدامهم في إيجاد حلول ذات فاعلية وكفاءة لنوع معادلات لان-إيمدن.

في الفصل الثالث أعطينا خوارزميتين لحل المعادلات التفاضلية الجزئية من نوع تليجراف ذات الشروط الحدية المتجانسة وغير المتجانسة. قمنا في الخوارزمية الأولى بإنشاء قواعد مستقلة من كثيرات حدود لاجندر ومن ثم تطبيق طريقة جالركن؛ بينما في الخوارزمية الثانية قمنا بإنشاء قواعد مستقلة من كثيرات حدود تشيبيشيف من النوع الأول واستنتجنا مصفوفة التأثير التفاضلية لهذا الاختيار وأيضاً مصفوفة التأثير التكاملية. وظفنا هذه المصفوفات لحل معادلات تليجراف الخطية بتطبيق طريقة جالركن؛ بينما تم تطبيق طريقة التجميع لمعادلات تليجراف غير الخطية.

في الفصل الرابع قمنا بإنشاء قواعد مستقلة من كثيرات الحدود المتعامدة لحل معادلات أويلر-برنولي من النوعين (clamped-clamped) و (pinned-pinned) باستخدام طريقة جالركن الطيفية على أساس التعبير عن الحل الطيفي بدلالة كثيرات حدود لاجندر للإزاحة X وكثيرات حدود لاجير للزمن t .

ناقشنا في الفصل الخامس وبالتفصيل خوارزميتين لحل الأنماط التكاملية المناظرة للمعادلات التفاضلية العامة من الرتب الفردية ذات الشروط الحدية المتجانسة وغير المتجانسة في بعد واحد باستخدام كثيرات حدود لاجندر المزاحة من الفترة $(-1,1)$ الى الفترة العامة (a,b) .

قمنا بتوضيح النتائج التي حصلنا عليها- في هذه الرسالة- في شكل جداول بيانية كلما أمكننا ذلك، وقمنا بالمقارنة بخوارزميات أخرى في أمثلة متعددة، وأوضحنا هذه المقارنات أن النتائج المقترحة لإيجاد الحلول الطيفية التقريبية للمعادلات التفاضلية وأنماطها التكاملية المناظرة والتي قمنا بدراستها عالية الدقة والفعالية. البرامج التي استخدمت في هذه الرسالة نفذت على الحاسب الشخصي من النوع (Intel(R) core(TM) i5 CPU 2.40 GHz, 4.00 GB of RAM) حيث قمنا باستخدام البرنامج الرمزي الحسابي Mathematica 10 للقيام بالعمليات الحسابية و الجداول الموجودة في الرسالة ككل.

ومما يستوجب الذكر أنه تم استخلاص ستة أبحاث من هذه الرسالة وتم نشر خمسة من هذه الأبحاث في مجلات عالمية متخصصة كما هو موضح في قائمة المنشورات في بداية هذه الرسالة.