جـامعة الفـيـوم
كـلية العلـــوم
قسـم الرياضـيات

حول بعض المتباينات الكسرية

مقدمة من

محمد رجب زكى قناوى

للحصول على

درجة دكتور الفلسفة فى العلوم
(رياضيات بحتة)

2019

ملخص الرسالة باللغة العربية

حول بعض المتباينات الكسرية

تاريخياً يعتبر التحليل الرياضي هو أحد أهم الفروع الرئيسية والكبيرة في علم الرياضيات علي مدي القرون الثلاثة الأخيرة. وتعد المتباينات التكاملية هي إحدى أهم المسائل التي يتم دراستها خلال هذا الفرع حيث قدم كثير من علماء الرياضيات مساهمات كبيرة مما أدى إلى اكتشاف العديد من المتباينات الجديدة مع البراهين والتطبيقات المفيدة في مجالات الفيزياء الرياضية والرياضيات البحته والتطبيقية وفي الواقع أصبحت المتباينات الرياضية فرعا هاما من الرياضيات الحديثة في القرن العشرين من خلال العمل الرائد بعنوان " المتباينات " للعلماء G. H. Hardy, J. E. Littlewood, G. Pòlya و الذي نشر لأول مرة في عام 1934.

يعتبر التحليل الكسرى في الوقت الحاضر أحد أكثر المجالات تطوراً في التحليل الرياضي وذلك لما له من أهمية في كثير من التطبيقات الفيزيائية والكيميائية ونظم التحكم الديناميكية والشبكات الالكترونية.

وفى هذه الرسالة نتناول إيجاد بعض المتباينات في الصورة الكسريه ومن نتائجنا نحصل على المتباينات الكلاسيكية كحالات خاصة.

وتتكون الرسالة من خمسة أبواب:

الباب الأول: يحتوى على بعض المفاهيم الأساسية والنظريات التى لها دوراً أساسياً فى باقى أبواب الرسالة.

الباب الثانى: فى هذا الباب سنقوم بإيجاد متباينه هاردى فى الصورة الكسريه وذلك على النحو التالى:

$$\int_0^\infty \left(\frac{1}{x}\int_0^x f(t)\, d_\alpha t\right)^p d_\alpha x \le \frac{p}{p-\alpha}\int_0^\infty (x^{\alpha-1}f(x))^p\, d_\alpha x.$$

وايضا سوف نثبت التعميمات الكسريه التاليه

$$\int_0^\infty \left(x^{-c}\int_0^x f(t)\, d_\alpha t\right)^p d_\alpha x \le \frac{p}{c-\alpha}\int_0^\infty (x^{\alpha-\frac{c}{p}}f(x))^p\, d_\alpha x.$$

$$\int_0^\infty \left(x^{-c}\int_0^x f(t)\,d_\alpha t\right)^p d_\alpha x \le \frac{p}{\alpha-c}\int_0^\infty (x^{\alpha-\frac{c}{p}}f(x))^p\,d_\alpha x.$$

وفى الجزء الاخير من هذا الباب نتناول بعض الصور الجديدة لمتباينة هاردى وذلك على الشكل الكسرى.

الباب الثالث: سنقوم بإيجاد متباينه كوبسون فى الصورة الكسريه وذلك على النحو التالى:

$$\int_0^\infty \left(\int_x^\infty \frac{f(t)}{t} d_\alpha t\right)^p d_\alpha x \le \left(\frac{p}{\alpha}\right)^p \int_0^\infty \left(x^{\alpha-1}f(x)\right)^p d_\alpha x.$$

ثم نقوم بإيجاد المتباينة التالية و التى تعتبر تعميم لمتباينة كوبسون

$$\int_0^\infty \lambda(x)\left(\int_x^\infty \frac{\lambda(t)f(t)}{\Lambda(t)} d_\alpha t\right)^p d_\alpha x \le p^p \int_0^\infty \lambda(x) f^p(x)\,d_\alpha x.$$

وايضا قمنا بإيجاد التعميمات الكسريه التالية ومعكوساتها

$$\int_0^\infty \frac{\lambda(x)}{\Lambda^c(x)}\left(\int_0^x \lambda(t)f(t)\,d_\alpha t\right)^p d_\alpha x \le \left(\frac{p}{c-1}\right)^p \int_0^\infty \frac{\lambda(x)}{\Lambda^{c-p}(x)} f^p(x)\,d_\alpha x.$$

$$\int_0^\infty \frac{\lambda(x)}{\Lambda^c(x)}\left(\int_x^\infty \lambda(t)f(t)\,d_\alpha t\right)^p d_\alpha x \le \left(\frac{p}{1-c}\right)^p \int_0^\infty \frac{\lambda(x)}{\Lambda^{c-p}(x)} f^p(x)\,d_\alpha x.$$

وذلك عندما

$$\Lambda(x) = \int_0^x \lambda(t)\,d_\alpha t.$$

الباب الرابع: سنقوم بالحصول على متباينه ليندلر فى الصورة الكسريه وذلك على النحو التالى:

$$\int_a^\infty \lambda(x)\left(\int_a^x f(t)\,d_\alpha t\right)^p d_\alpha x \le p^p \int_a^\infty \lambda^{1-p}(x)\left(\int_x^\infty \lambda(t)\,d_\alpha t\right)^p f^p(x)\,d_\alpha x.$$

وايضا قمنا بإيجاد التعميمات الكسريه التالية ومعكوساتها

$$\int_a^\infty \frac{\lambda(x)}{\Lambda^c(x)}\left(\int_a^x \lambda(t)f(t)\,d_\alpha t\right)^p d_\alpha x \le \left(\frac{p}{1-c}\right)^p \int_0^\infty \frac{\lambda(x)}{\Lambda^{c-p}(x)} f^p(x)\,d_\alpha x.$$

$$\int_a^\infty \frac{\lambda(x)}{\Lambda^c(x)}\left(\int_x^\infty \lambda(t)f(t)\,d_\alpha t\right)^p d_\alpha x \le \left(\frac{p}{c-1}\right)^p \int_0^\infty \frac{\lambda(x)}{\Lambda^{c-p}(x)} f^p(x)\,d_\alpha x.$$

وذلك عندما

$$\Lambda(x) = \int_x^{\infty} \lambda(t)\, d_\alpha t.$$

الباب الخامس: سنقوم بسرد بعض المفاهيم والنظريات الأساسية الخاصة بالتحليل الكسرى على مقاييس زمنيه ثم نقوم بإيجاد بعض المتباينات الكلاسيكيه مثل متباينة هاردى ومتباينة كوبسون ومتباينة ليندلر بإستخدام التحليل الكسرى على مقاييس زمنيه ومن ثم نحصل على هذة المتباينات كحالات خاصة.