



المادة : هندسة تقاضلية
الفرقـة : الرابعـة
الشـعبـة: رياضيات (تعليم عام)
دـرـجـة التـحـريـرـي: ٩٠ درـجـة

الاخـتـارـانـهـاـنـىـ لـلـفـصـلـ الـدـرـاسـىـ الثـانـىـ لـلـعـامـ الجـامـعـىـ ٢٠١٠/٢٠١١

جـامـعـةـ القـيـوـمـ
كـلـيـةـ العـالـمـ
قـسـمـ الـرـياـضـيـاتـ
الـزـمـنـ سـاعـتـانـ

أـجـبـ عـنـ الـأـسـنـةـ التـالـيـةـ

الـسـوـالـ الـأـوـلـ (١٠ درـجـاتـ) أـخـتـرـ الـإـجـابـةـ الصـحـيـحةـ لـكـلـ عـبـارـةـ مـاـ يـاتـيـ

١ـ إـذـاـ كـانـ $\underline{v} = \{(1,1,0), (1,0,-1), (2,1,3)\}$ ، $\underline{u} = \{(-1,0,0), (0,0,-1), (2,1,3)\}$ فـاـنـ الـأـسـاسـيـنـ الـمـرـتـبـيـنـ \underline{u} ، \underline{v} يـكـونـانـ لـهـماـ

a) نفس التوجيه b) خلاف ذلك c) توجيه مضاد

٢ـ التـمـثـيلـ $x = 1 - \cos \theta$ ، $y = 2 + \cos \theta$ ، $z = 1 - \cos \theta$ تمثل بـارـامـيـتـريـ

a) لـمـنـحـنـيـ فـرـاغـيـ لـمـنـحـنـيـ مـسـتـوـيـ b) لـمـنـحـنـيـ فـرـاغـيـ لـمـنـحـنـيـ مـسـتـوـيـ

٣ـ الدـالـةـ الـإـتـجـاهـيـةـ ($\underline{r}(t)$) = $\underline{r} = \underline{r}(t, \dot{t}, \ddot{t})$ التي تـحـقـقـ الـعـلـاقـةـ $0 \neq \dot{r} \wedge \ddot{r} \wedge \dot{\ddot{r}}$ تمثلـ

a) سـطـحـ مـسـتـوـيـ b) منـحـنـيـ فـرـاغـيـ a) منـحـنـيـ يـقـعـ فـيـ مـسـتـوـيـ

٤ـ الـمـنـحـنـيـ فـرـاغـيـ الـذـيـ لـهـ التـمـثـيلـ بـارـامـيـتـريـ $r(\theta) = (1 - \cos \theta, \sin \theta, 2 \sin \theta/2)$ ، $-2\pi \leq \theta \leq 2\pi$ هو تمـثـيلـ بـارـامـيـتـريـ

a) طـبـيعـيـ b) منـظـمـ c) خـلـافـ ذـلـكـ

٥ـ الـعـلـاقـةـ بـيـنـ الـانـحـاءـ وـالـيـلـيـ الـمـنـحـنـيـ الـحـلـزـونـيـ الـعـامـ هوـ

a) $k = const, \tau = const$ b) $|k| \tau = const$ c) $k = 0, \tau = const$

الـسـوـالـ الثـانـىـ (١٠ درـجـاتـ) ضـعـ عـلـامـةـ (✓)ـ أـوـ (✗)ـ أـمـاـ عـبـارـاتـ التـالـيـةـ

١ـ الدـالـةـ الـإـتـجـاهـيـةـ ($\underline{r}(t)$) = $\underline{r} = \underline{r}(t)$ ذات الاتجاه ثابت تمثل خط مستقيم.

٢ـ الدـالـةـ الـإـتـجـاهـيـةـ ($\underline{r}(t)$) = $\underline{r} = \underline{r}(t)$ ذات المقدار ثابت تمثل خط مستقيم.

٣ـ الـانـحـاءـ لـجـمـيعـ الدـواـرـنـ الـمـتـطـابـقـةـ لـلـيـسـ بالـضـرـوريـ أـنـ تكونـ مـتسـاوـيـةـ.

٤ـ الـلـيـ لـجـمـيعـ الـمـنـحـنـيـاتـ الـوـاقـعـةـ فـيـ مـسـتـوـيـ ماـ يـكـونـ مـتسـاوـيـ.

٥ـ الـمـعـدـلـاتـ الـذـاتـيـةـ لـجـمـيعـ الـمـنـحـنـيـاتـ الـحـلـزـونـيـ الـمـرـسـومـةـ عـلـىـ أـسـطـوـانـةـ دـائـرـيـ قـائـمـةـ $k = const, \tau = const$

الـسـوـالـ الثـالـثـ (١٨ درـجـةـ) باعتبار المجال المتجه ($X(p)$) = $(p, X(p))$ حيث

(أ) أرسم شـكـلاـ تـحـطـيـطـاـ لـلـمـجـالـ المـتـجـهـ X حيث $p \in x_1^2 - x_2^2 = 0$

(ب) أـوـجـدـ تـيـاعـدـ مـجـالـ المـتـجـهـ

(ج) أـوـجـدـ الـمـنـحـنـيـ التـكـالـمـيـ الـذـيـ نـقـطةـ بـداـيـةـهـ $p = (1, -1)$ لـلـمـجـالـ المـتـجـهـ

الـسـوـالـ رـابـعـ (٢٦ درـجـةـ)

(أ) ذـكـرـ بـدـونـ بـرـهـانـ مـعـدـلـاتـ سـيـرـيـهـ فـرـيـنـيهـ ثـمـ أـثـبـتـ أـنـ الـمـسـتـوـيـ الـمـلـاصـقـ عـنـ النـقـطةـ الـتـيـ لـهـاـ $u = u$ لـلـمـنـحـنـيـ

الـفـرـاغـيـ الـذـيـ لـهـ التـمـثـيلـ بـارـامـيـتـريـ $\frac{x}{a} - \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 3au + 3bu^2 + cu^3$ يـعـطـيـ بـالـمـعـادـلـةـ $1 = 3au + 3bu^2 + cu^3$

(ب) بـرهـنـ أـنـ الـمـنـحـنـيـ الـفـرـاغـيـ الـذـيـ لـهـ التـمـثـيلـ بـارـامـيـتـريـ $\underline{r}(\theta) = (1 + \cos \theta, \sin \theta, 2 \sin \theta/2)$ هو تمـثـيلـ بـارـامـيـتـريـ منـظـمـ. نـاقـشـ الـمـنـحـنـيـ

الـفـرـاغـيـ النـاتـجـ هـنـدـسـيـ.

الـسـوـالـ خـامـسـ (٢٦ درـجـةـ)

(أ) عـرـفـ الـمـعـدـلـاتـ الـذـاتـيـةـ لـلـمـنـحـنـيـ الـفـرـاغـيـ الـذـيـ لـهـ التـمـثـيلـ طـبـيعـيـ $\underline{r}(s) = \underline{r} = \underline{r}(s)$ ثـمـ أـوـجـدـ الـعـلـاقـةـ بـيـنـ الـانـحـاءـ

وـالـلـيـلـيـ الـمـنـحـنـيـ $\underline{r}(s) = (3u - u^3, 3u^2, 3u + u^3)$ عـنـ دـايـيـ نـقـطةـ.

(ب) أـثـبـتـ أـنـ لـأـيـ مـنـحـنـيـ فـرـاغـيـ $\underline{r}(s) = \underline{r} = \underline{r}(s)$ الـذـيـ لـهـ التـمـثـيلـ طـبـيعـيـ مـنـ الفـصـلـ C^3 عـلـىـ الـأـقـلـ

$$[\underline{r}', \underline{r}'', \underline{r}'''] = k^2 |\underline{r}|$$