جامعة الفيوم
كلية التربية
الفرقة الرابعة (رياضة أساسي قديم)

المادة : جبر
الزمن : ثلاثة ساعات
الفصل الثاني ٢٠١٢

السؤال الأول (25 درجة)

١ - عرف : العملية الثنائية على مجموعة - النظام الجبري - رتبة الزمرة - مركز الزمرة - دليل الزمرة الجزئية في زمرة – زمرة الباقي - الزمرة الدائرية - الزمرة الجزئية النظامية – رتبة العنصر في الزمرة ، ثم أثبت أن تقاطع اى زمرتين جزئيتين من زمرة يكون زمرة جزئية

٢ – أذكر نظرية كيلى ، ثم أوجد :

$(a)\ 3^{-2} \in \mathbb{Z}_5$ $\quad (b)\ 3^{-2} \in \mathbb{Z}_5^*$ $\quad (c)\ |4| \in \mathbb{Z}_8$

$(d)\ \langle 2 \rangle \leq \mathbb{Z}_6$ $\quad (e)\ (123)^2 \in S_3$ $\quad (f)\ (3H)^2 \in \mathbb{Z}_6/H = \{0,2,4\}$

السؤال الثاني (٢٥ درجة)

١ - أثبت أن النظام الجبري $(\mathbb{Z},\square)$ يكون زمرة أبدالية ، حيث $x\square y = x + y - 1$

٢ - أذكر خواص التشاكل ، ثم بين أن الراسم $f : \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}^*, f(x) = |x|$ تشاكل وأوجد نواته

٣ - أثبت أنه إذا كان $x^2 = e, \forall x \in G$ في الزمرة G ، فإن G تكون أبدالية

٤ - اذكر خواص الزمرة ، ثم بين أن $H = \{0,2,4\} \leq \mathbb{Z}_6$ ولكن $K = \{0,2\} \not\leq \mathbb{Z}_6$

السؤال الثالث (30 درجة)

١ - عرف : الحلقة – المنطقة الصحيحة - الحقل - ضرب مثاليين – الجمع المباشر لمثاليين - حلقة بول – الحلقة الجزئية ، مميز الحلقة ، ثم أثبت أن قانون الحذف متحقق في أي منطقة صحيحة .

٢ - أثبت أنه في أي حلقة S ولأي $A,B \leq_m S, x,y \in S$ نجد أن:

$(i)(A + B) \leq_m S$ $\quad (ii) A \cap B \leq_m S$ $\quad (iii) x(-y) = -(xy)$

٣ - أوجد $(3)\ U(\mathbb{Z}_6)$ $\quad (2)\ ZD(\mathbb{Z}_{10})$ $\quad (1)\ 3^{-2} + 4^2 \in \mathbb{Z}_7$ ، ثم بين أن $A = \{0,2\} \leq_m \mathbb{Z}_4$ ولكن $B = \{0,3\} \leq \mathbb{Z}_4$ ليس مثالي .

٤ - إذا كان $A = \{0,4\}, B = \{0,2,4,6\} \leq_m \mathbb{Z}_8$ فأوجد $A + B,\ A \cap B$.

السؤال الرابع (20 درجة)

ضع علامة (√) أو(×) أمام الجمل التالية :

١ – النظام الجبري $(\mathbb{Z},-)$ شبة زمرة

٢ – الحلقة $(\mathbb{Z}_8,\oplus,\otimes)$ منطقة صحيحة

٣ – كل زمرة جزئية من زمرة أبدالية تكون نظامية

٤– النظام الجبري $(\mathbb{Z}_{10}^*,\otimes)$ زمرة

٥ – كل زمرة جزئية من زمرة دائرية تكون دائرية

٦ - الحلقة $(2\mathbb{Z},+,.)$ لها محايد

٧ – كل منطقة صحيحة منتهية تكون حقل

٨ - الحلقة $(\mathbb{Z}_{11},\oplus,\otimes)$ حقل

٩ - إذا كانت S حلقة لها محايد فان $U(S)$ زمرة

١٠ - $Char(\mathbb{Z}_5) = 5$

بالتوفيق