حول المعادلات التفاضلية الواصفة لسطوح ذات إنحناء ثابت، قابلية التكامل وظاهرة الصوليتون

مقدمة من

خديجة رضا عبده محمد
(ماجيستير العلوم - ٢٠٠٩)
قسم الرياضيات– كلية العلوم
جامعة الفيوم

للحصول على
درجة دكتور الفلسفة في العلوم
(الرياضيات)

لجنة الإشراف العلمي :

١- أ.د/ مصطفى فتوح الصباغ . . . . . .

أستاذ بقسم الرياضيات

كلية العلوم - جامعة المنيا

٢- د/ محمود صبري سيف . . . . . .

أستاذ مساعد بقسم الرياضيات

كلية العلوم - جامعة الفيوم

٣- د/ فاطمة عبد العزيز مصباح . . . . . .

مدرس بقسم الرياضيات

كلية العلوم - جامعة الفيوم

كلية العلوم
جامعة الفيوم

جامعة الفيوم
كلية العلوم

حول المعادلات التفاضلية الواصفة لسطوح ذات إنحناء ثابت، قابلية التكامل وظاهرة الصوليتون

رسالة مقدمة من

خديجة رضا عبده محمد

للحصول على
درجة دكتور الفلسفة في العلوم(الرياضيات)
(هندسة تفاضلية)

قسم الرياضبات

كلية العلوم

جامعة الفيوم

2015

الملخص العربي

خلال العشرين عاماً الماضية تم طرح طرق رياضية لحل المعادلات التفاضلية الجزئية وكذلك الحصول على انواع خاصة من الحلول (الموجات المسافرةwaves travelling– عدم

التجوال wavestravellingnon– الحلول الصولوتيريةsolitary solutions) لهذه المعادلات التفاضلية الجزئية غير الخطية وكذلك المعادلات التطورية ، حيث تم متابعة ودراسة بعض العلاقات بين الهندسة التفاضلية للمنحنيات (وكذلك السطوح ذات الانحناء الثابت) وبين قابلية التكامل Integrability للمعادلات التفاضلية الجزئية التطوربة غير الخطية Non-linear evolution equations.

في هذه الرسالة سوف نركز على دراسة العلاقة بين هندسة السطوح ذات الانحناء الثابت وبين مفاهيم قابلية التكامل Integrabilityللمعادلات التفاضلية الجزئية التطورية (من نوع الصوليتون) بالاضافة إلى الخصائص المميزة الاخرى المعروفة لهذا النوع من المعادلات.

تحتوي هذه الرسالة على مقدمة وخمسة فصول بالاضافة إلى قائمة المراجع ذات الصلة اللصيقة بموضوع الرسالة .

ففي الفصل الأولتم استعراض كثير من الموضوعات المطلوبة كخلفية رياضية لإجراء مثل هذه الدراسة على سبيل المثال:

نظرية السطوح Local Theory of Surfaces، المتنوعات التفاضلية Differentiable Manifolds ، الصيغ التفاضلية والعمليات الخاصة بها Differential forms and their operations،الحزم النفاثةوالمعادلات التفاضلية الجزئية على المتنوعات التفاضلية Jet bundles and Partial differential equations on manifolds ، تحويلات باكلوند Bäcklund maps، الصيغ التفاضلية والعمليات الخاصة بها Differential forms and their operations، الأنظمة التفاضلية الخارجية والمثاليات التفاضليةExterior differential systems and differential ideals،دراسة معادلات الصوليتون وخاصة ثنائية البعد من الوجهة الهندسية Soliton equationsand Geometrization of 2-dimension soliton equations ، العلاقة بين السطوح في R^3 والانظمة التكاملية Relation between surfaces in R^3 and integrable systems وهندسة السطوح النونية ذات الانحناء الثابت في R^{2n-1} وعلاقتها بالانظمة التكاملية في الابعاد الاعلى Geometry of n-pseudospherical surfaces in R^{2n-1} and its relation withintegrable systems in higher dimensions.

أما في الفصل الثاني فقد قمنا بدراسة هندسية لمعادلات التطور الخطية والغير خطية ذات المتغيرات المستقلة المتعدده على وجه الخصوص ذات ثلاث متغيرات والتي والتي أصبحت ذات أهمية كبيرة في دراسات الصوليتون في الابعاد الاعلى وغيرها من الظواهر ذات الأهتمام الرياضي والفزيائي وخاصة المعادلات من النوع

u_{xt}

ونبحث الشروط الواجبه لكي تصف حلول هذه المعادلات سطوح ذات انحناء ثابت في الفراغ ذات الابعاد الاعلى(R^5). وقد تم تصنيف هذا النوع من المعادلات من خلال هذه الدراسة الهندسية . أيضا نعطي النتائج ونلقي الضوء على بعض التصورات المستقبلية ذات الاهتمام والمتصلة بموضوع الدراسة خاصة تحويلات باكلوند والانظمة الخطيه المرافقة وقوانين الحفظ والتي سوف تكون محل دراسات أخرى من الوجهه الهندسية.

وفي الفصل الثالثعلى ضوء الدراسات الهندسيةالسابقة لمعادلات التطور الخطية والغير خطية ذات المتغير الفضائي الواحدOne spatial variableوارتباطها بالسطوح ذات الانحناء الثابت في الفراغالثلاثيR^3والتي تسمى (Pseudosphericalsurfaces)

نكمل دراسات معادلات التطور الغير خطية ذات المتغيرات المتعدده وندرس نوع أخر من المعادلات ذات المتغيرات الثلاث والتي تأخذ الشكل

$$u_t = \psi\left(u, u_x, \dots, \frac{\partial^k u}{\partial\, x^k}\,, u_y, \dots, \frac{\partial^{k'} u}{\partial\, y^{k'}}\right)$$

ونبحث الشروط الواجبه لكي تصف حلول هذا النوع من المعادلات سطوحا ذات انحناء ١- في الفراغR^5. وقد تم تصنيف هذا النوع من المعادلات .

أما في الفصل الرابع فقد تم التركيزعلى دراسة معادلات التطور الخطية في متغيرين أو أكثر والتي تصف سطوح ذات انحناء ثابت في الابعاد الاعلى. وكذلك نقوم باستنتاج الشروط الضرورية والكافية التي تجعل المعادلة (نوع آخر من معادلات التطور)

$$u_{tt} = \psi\left(u, u_x, \dots\dots, \frac{\partial^k u}{\partial\, x^k}, u_y, \dots\dots, \frac{\partial^{k'} u}{\partial\, y^{k'}}, u_t\right)$$

تصف سطحً ذات انحناء ثابت فيR^5 .

وأخيراً في الفصل الخامس نستثمر النتائج التي سبق الحصول عليها في الفصول السابقةخاصةً دراسة الشروط الضرورية والكافية لكي تصف انواع من المعادلات التطور التفاضلية الجزئية الغير خطية سطوحا شبه كروية في الفراغات الأعلى .

على وجه الخصوص معادلات من الانواع

$$u_{xt} = \psi\left(u, u_x, \dots\dots\dots, \frac{\partial^k u}{\partial x^k}, u_y, \dots\dots\dots\dots, \frac{\partial^{k'} u}{\partial y^{k'}}\right)$$

$$u_t = \psi\left(u, u_x, \dots\dots\dots, \frac{\partial^k u}{\partial x^k}, u_y, \dots\dots\dots\dots, \frac{\partial^{k'} u}{\partial y^{k'}}\right)$$

$$u_{tt} = \psi\left(u, u_x, \dots\dots\dots, \frac{\partial^k u}{\partial x^k}, u_y, \dots\dots\dots, \frac{\partial^{k'} u}{\partial y^{k'}}, u_t\right)$$

حيث نستخدم الخواص الهندسية لها في استنتاج تحويلات باكلوند لمثل هذه المعادلات وكذلك الحصول على عدد لا نهائي من الكميات المحفوظة لها وقوانين الحفظ الخاصة بها وهي من السمات الهامة لمعادلات الصوليتون التي تشملها هذه الانواع من المعادلات بصيغتها العامة هذه.

وأخيراً قائمة المراجع حيث تم ترتيب المراجع التي استخدمت في هذه الرسالة حسب الترتيب الأبجدي لأسماء الباحثين.

وقد توصلنا في هذه الرسالة الى نتائج جديدة و مرضية في الفصل الثاني والثالث والرابع والخامس قمنا بصياغتها في شكل أبحاث وتم نشرها في مجلات دولية.